

Ny gravimetrisk geoide for Færøerne

*Rene Forsberg
Geodynamikafdelingen, DTU-Space
April 2010*

En ny geoidemodel for Færøerne er konstrueret fra tyngdedata og en digital højdemodel. Dette notat beskriver baggrund og processing for den gravimetriske geoid N_{grav} , dvs geoiden bestemt alene fra tyngdekraft og globale satellitdata, som derfor refererer til et *globalt højdedatum*. For at få en praktisk geoide for Færøerne som opfylder

$$H = h^{\text{GPS}} - N$$

hvor h^{GPS} er ellipsoidehøjden og H de (nye) koter Færøerne, defineret fra vandstandsmålinger og nivellement, så må der laves en transformation ε mellem den "globale" geoide og de lokalt bestemte "tilsyneladende" geoidehøjder fra GPS og nivellement

$$N^{\text{GPS}} = h^{\text{GPS}} - H$$

$$\varepsilon = N_{\text{grav}} - N^{\text{GPS}}$$

Det skal bemærkes at kun N_{grav} er en geoide i den klassiske forstand (en ækvipotentialflade i tyngdefeltet), medens N vil yderligere være påvirket af den lokale havoverflade topografi og evt. fejl i GPS og nivellement. Denne note beskriver beregningen af N_{grav} .

Gravimetrisk geoidberegning

Den gravimetriske geoide er beregnet med *GRAVSOF*T systemet, som er et sæt Fortran rutiner som er udviklet gennem mange år på DTU-Space og Kbh. Universitet [1].

Geoidmodellen er beregnet ved hjælp af en "remove-restore" teknik, som er blevet brugt til mange tidligere geoidberegninger både i Danmark, Norden og globalt. I denne teknik opdeles feltet i 3 komponenter fra henholdsvis en global kuglefunktions model, en komponent fra terrænet, og en komponent fra de lokale tyngdedata

$$N_{\text{grav}} = N_{\text{EGM08}} + N_{\text{DEM}} + N_{\text{tyngde}}$$

Kuglefunktionsdelen fra EGM08 er benyttet til harmonisk grad 720, svarende til en rumlig opløsning på 15'. Dette er baseret på erfaring fra andre nylige DTU geoidprojekter (Auvergne, Malaysia) som en god "trade off" mellem indflydelsen af EGM08 og de lokale data. Beregningen er foretaget med *GEOCOL17*, med brug af WGS84 referencesystem

Bidraget fra terrænet er beregnet ved hjælp af RTM-reduktion, relativt til en "middelhøjdeflade" som er konsistent med EGM08 brugen til grad 720 (Fig. 1). Der er benyttet rektangulære prismer til at beregne RTM-terræneffekten for tyngder i hvert eneste data punkt, medens terræneffekten på geoiden ("restore terrain effect") er beregnet i et grid med Fast Fourier Transformation (FFT). Alle terrænberegninger er udført baseret på en 50 m opløsning terrænmodel i UTM zone 29 EUREF, som efterfølgende er interpoleret til geografiske grids i WGS84, med varierende opløsning som brugt i *GRAVSOF*T modulerne *TC* og *TCFOUR*.

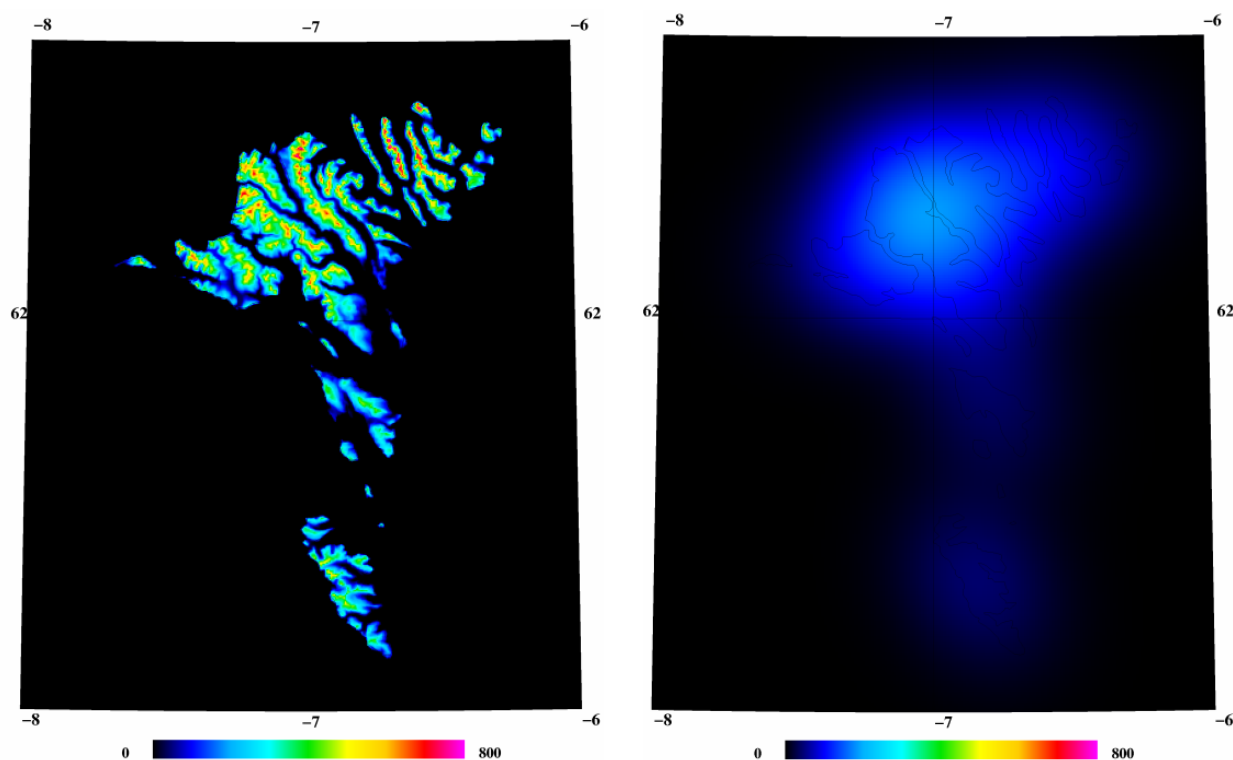


Fig. 1. Venstre: EUREF DEM for Færøerne; højre: RTM middelhøjdeflade filtreret til harmonisk grad 720.

Det tyngdemæssige datagrundlag er baseret på landbaserede tyngdedata fra Geodætisk Institut (Saxov, målt 1954-1967, se [2]), nye tyngdedata målt i 2009 [3], samt marine tyngdedata fra danske og internationale kilder, herunder er større samling marine data overført fra "Jardfeingi" i November 2007, se [4]). Disse data blev checket for yderligere fejl, og der blev rettet enkelte fejl i både nye og ældre land data, samt yderligere slettet data fra et fejlbehæftet marint track mellem Vagar, Streymoy og Sandoy. Fig. 2 viser de endelige kvalitetskontrollerede land- og marine data i nærområdet omkring Færøerne. Datadækningen på og omkring Færøerne er ganske god med de nye data. De bedste marine data omkring Færøerne (øst-vest linierne) stammer fra en NGA-sponsoreret marin opmåling i midten af 1980'erne, udført af Sjøkartverket i Norge. De marine data omkring Færøerne er yderligere checket med luftbårne tyngdedata, indsamlet som led i "GOCINA" EU projektet 2003, men disse data er dog ikke brugt her da data ikke har god dækning i selve nærområdet omkring Færøerne.

Koordinater til alle marine tyngdedata samt de nye 2009 data refererer principielt til WGS84, medens de ældre land tyngdedata fra Saxov refererer til et delvist ukendt datum. På grund af den detaljerede højdemodel, og terrænkorraktionernes lejlighedsvis meget store lokale effekter, er det væsentligt at alle koordinater refererer til WGS84.

Koordinater til Saxovs tyngdestationer blev i sin tid taget fra de detaljerede kort i 1:20.000 (som er i Havn 1998 datum, med længdegrader relativt til Rundetårn), og efterfølgende transformeret til længder relativt til Greenwich. Det var ikke muligt at opnå en tilfredsstillende transformation til WGS84 baseret på kendte koordinater til Torshavn, og derfor måtte der i sidste ende laves en empirisk transformation som "bedst muligt" tilpassede UTM 29 terrænmodellen til højderne for de gamle tyngdestationer. Denne transformation fra "Saxov" til WGS84 blev bestemt til +2.9" i bredden og +37.8" i længden. Den samme forskydning blev brugt for hele Færøerne, da det ikke fra

data materialet var muligt at detektere forskelle mellem øerne (som der burde være, givet de forventede fejl i rotation og skala i det gamle datum). Tabel 1 viser forskellen mellem højden og DEM'en for de nye tyngdestationer og de transformerede Saxov stationer. Den højere fejl i Saxovs målinger skyldes til dels den approximative transformation, men også fejl i koterne på Saxovs tyngdestationer (hvoraf en del blev taget fra zenithdistancer og kotepunkter i kortene).

Tabel 1. Statistik for højderne for tyngdestationer minus DEM højder på Færøerne

Enhed: meter	Middelværdi	Standard afvigelse
Nye tyngdestationer (GPS)	-0.6	2.1
Saxov tyngdestationer (transformeret)	-2.7	11.5
Saxov tyngdestationer (originale)	-40.7	93.2

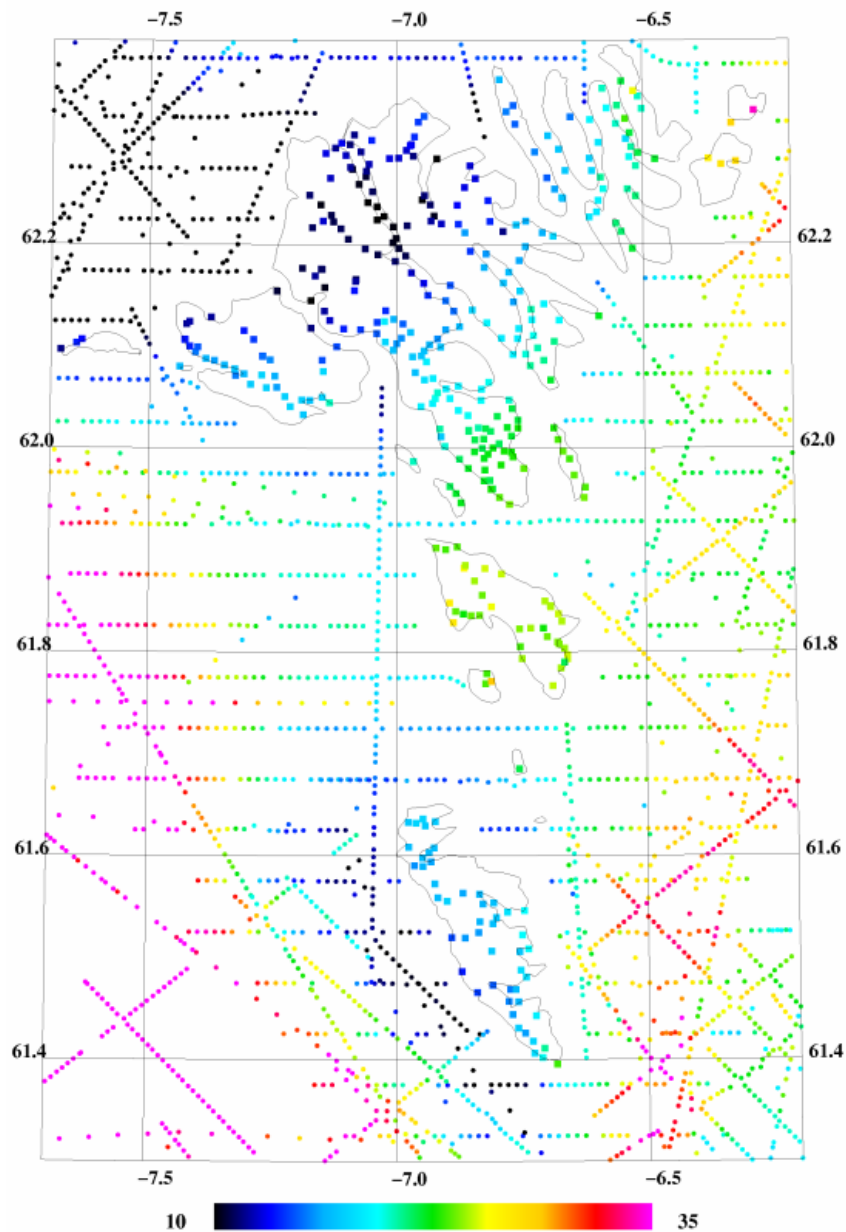


Fig. 2. Fordeling af benyttede, kvalitetssikrede tyngdedata omkring Færøerne, udnyttet i geoideberegningen. Farvekoden viser tyngdeanomalien (terrænkorrigeret Bougueranomali på land, friluftanomali til søs, mGal).

Den endelige geoideberegning blev foretaget i et relativt begrænset område (63-65°N, 9-5°W), da geoiden i større afstande fra Færøerne er velbestemt fra EGM08. Fig. 3 viser geoideeffekten fra EGM08, Fig. 4 geoidebidraget fra tyngdedata, og Fig. 5 geoideeffekten fra terrænmodellen (RTM "restore" effect).

Alle beregninger er udført i et grid med 0.005° x 0.01° opløsning (svarende til ca. 500 m). For at undgå "zero padding" er der transformeret 800 x 800 punkter, og data er griddet med mindre kvadraters kollokation (*GRAVSOF*T *GEOGRID*). Transformationen fra reducerede tyngdedata til reduceret geoide er udført med sfærisk FFT (*SPFOUR*), hvor Stokes integralet er modificeret efter Wong-Gore metoden for sfærisk harmoniske grader over et bånd i intervallet 80-90. Dette sikrer at de lange bølgelængder i geoiden bestemmes primært fra satellit (GRACE), således at evt. langbølgede fejl i de marine tyngdedata undertrykkes. Disse beregningsprincipper er tilsvarende anvendt i de DTU-Space's fællesnordiske geoideberegninger, samt i geoiden for UK og Irland, og vides at give gode resultater.

Den endelige geoide "*fo_geoid10.gri*" og "*fo_geoid10.bin*" er givet som et *GRAVSOF*T tekst eller binært grid (Ø-V rækker listet fra N til S, med en label som giver grænser). Det binære grid kan interpoleres med et simpelt modul *geoid* som interpolerer geoiden i punkter med stationsnr, lat, lon (eller i UTM eller kartesiske koordinater), eller et mere brugervenligt modul "*grid_int*" (dog kun for geografisk input). Til brug i *KMSTrans* skal den binære fil omformateres.

Den endelige geoide er vist i Fig. 6, og sammenligning med GPS-kote data i det *gamle* system (GPS og koter pr 2008) er vist i Fig. 7. For disse stationer er forskellen i middelværdi -7 cm og standard afvigelsen 12.8 cm. Dette repræsenterer primært kotefejl og systematiske fejl i det gamle system. Baseret på datadækningen skønnes fejlen i den nye geoide skønnes at være bedre end 5 cm, lokalt måske 2-3 cm.

Det skal præciseres at den nye geoide *ikke* bør bruges til koterings med GPS før der er defineret et nyt vertikalt datum for Færøerne baseret på de netop udførte vandstandsmålinger og nivellement, og geoiden efterfølgende er tilpasset.

Til beregning af tyngder på Færøerne i vilkårlige punkter, primært med henblik på den endelige udjævning af nivellement, er der tillige lavet en separat *geogrid* applikation, som udnytter et Bouguer tyngdeanomaly grid. Givet en position og højde (lat, lon, H), er det fra et Bouguer anomaly grid muligt at få estimeret absolutte værdier af tyngdeaccelerationen *g* gennem

$$g = \Delta g_{BA} + (0.3086 - 0.1119 \text{ [mgal/m]}) H + \gamma_0$$

hvor *H* er koten og γ_0 den ellipsoidiske normaltyngde ved havniveau for WGS84 ellipsoiden. Denne formel, som er baseret på en vægtfylde 2.67 g/cm³, vil have en relativ nøjagtighed omkring 10⁻⁵ på Færøerne, tilstrækkelig til korrektion af nivellement.

Referencer

- [1] Forsberg, R and C C Tscherning: Overview manual for the *GRAVSOF*T Geodetic Gravity Field Modelling Programs, 2nd Ed. Technical report, DTU-Space, August 2008.
- [2] Saxov, S.: Gravimetry in the Faeroe Islands. Geodætisk Institut Meddelelse No. 43, 1969.
- [3] Strykowski, G, S. Poulsen, R. Forsberg: Faeroe Islands 2009 Gravity Project. DTU-Space, 2009.
- [4] Strykowski, G og A. Kasenda: Preparing the old marine Faeroe Islands gravity data for the DTU-Space gravity DB. Processing Report, DTU-Space, Januar 2008.

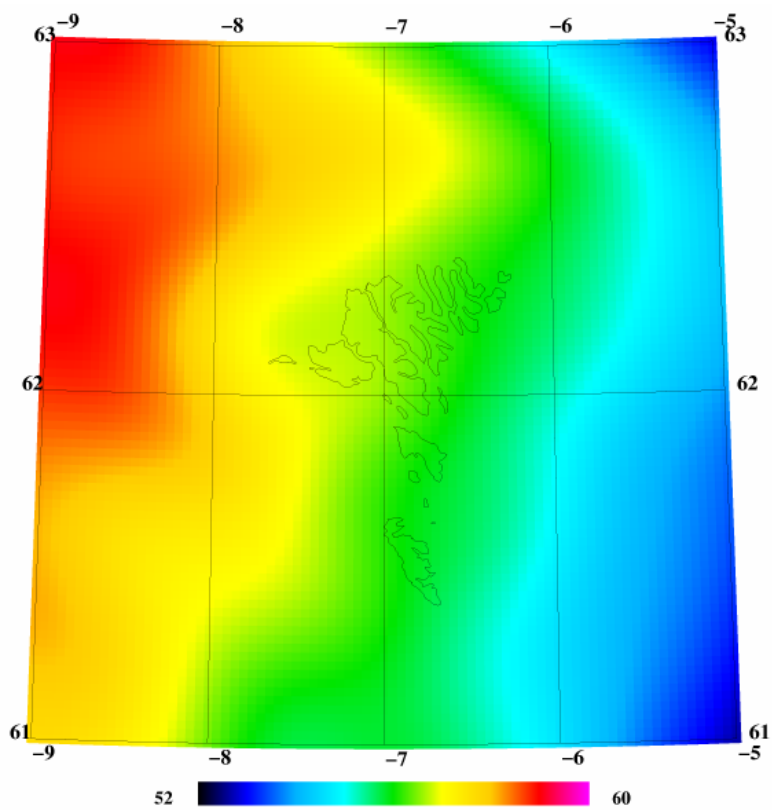


Fig. 3. Geoiden fra global kuglefunktionsmodel EGM08 til grad 720. Enhed meter.

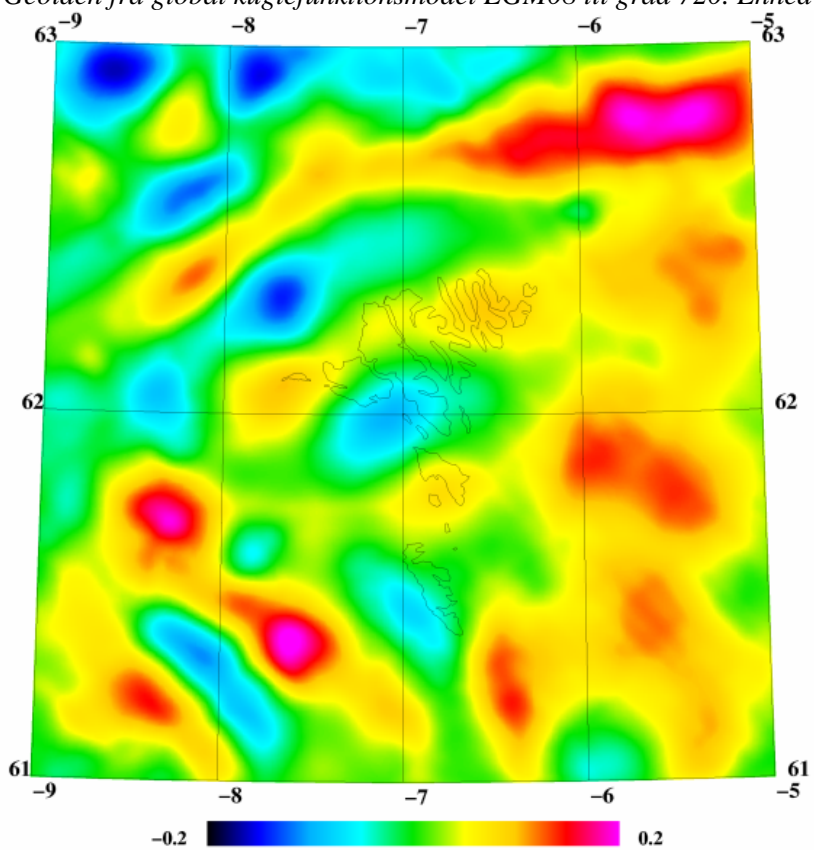


Fig. 4. Bidrag til geoiden fra tyngdemålingerne. Enhed meter.

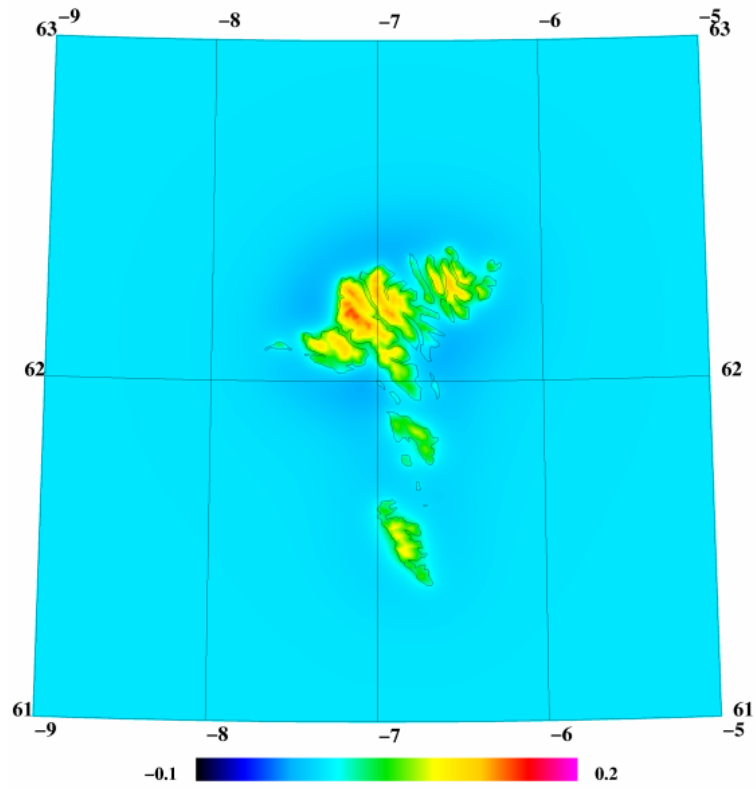


Fig.5. Bidrag til geoiden fra 50 m terrænmodellen. Enhed meter.

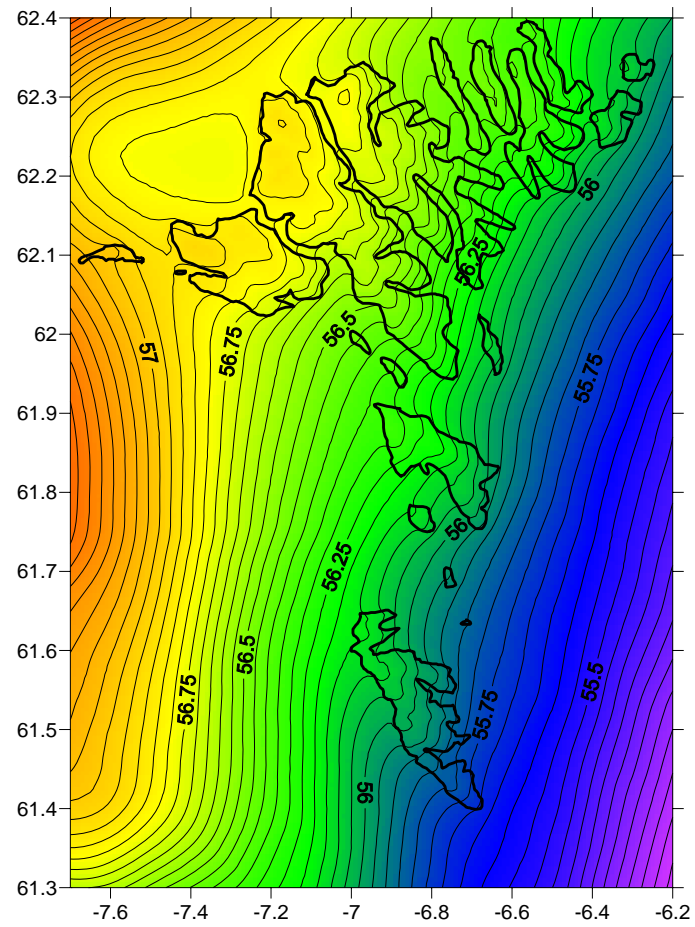


Fig. 6. Den gravimetriske geoid for Færøerne, fo_geoid10. 5 cm kontur interval.

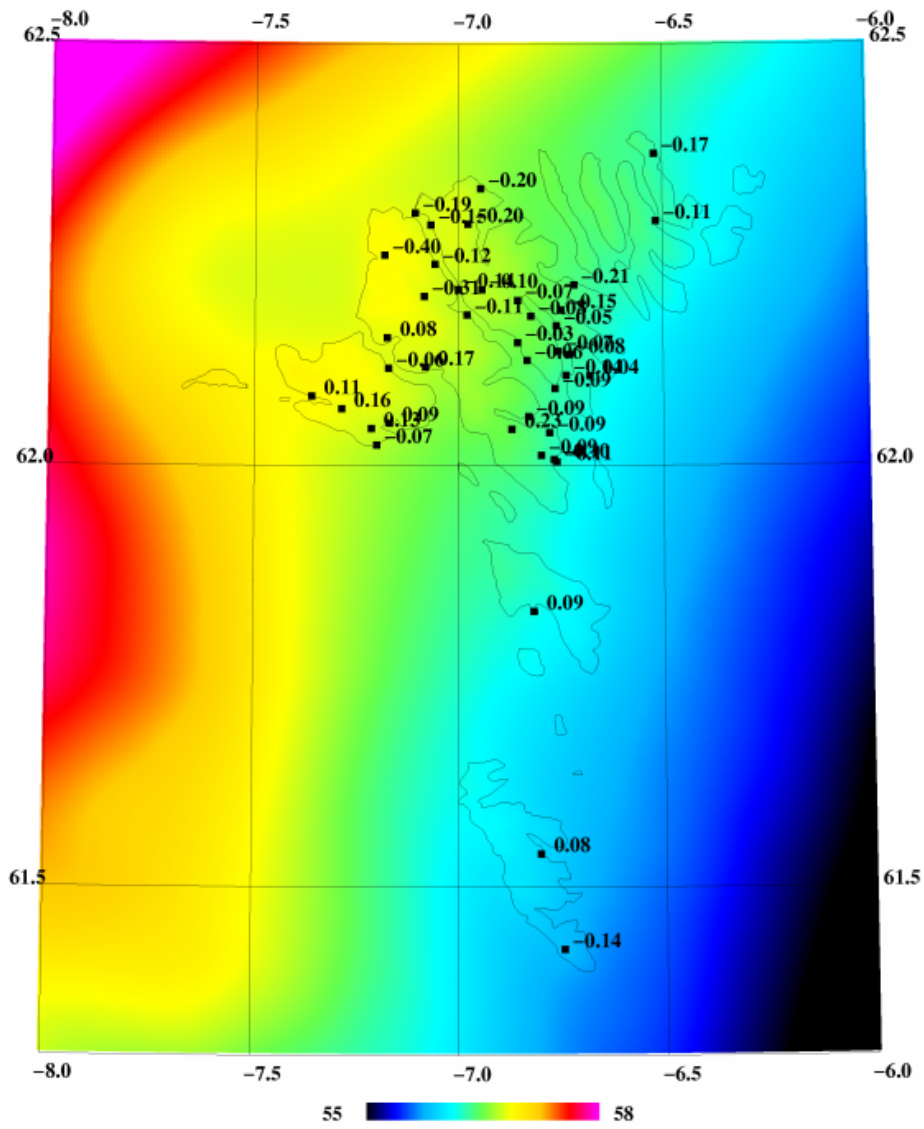


Fig. 7. Forskelle mellem N^{GPS} i gamle system og den nye gravimetriske geoide.